OPTIMASI PEMESANAN BARANG MENGUSANG DENGAN PEMBUNGAAN KONTINU MENGGUNAKAN PENDEKATAN POLINOM KUBIK TAYLOR

Eduard Sondakh[1)]
[1)] Program Studi D3 Administrasi Logistik, Politeknik Pos Indonesia
Email: eduardsondakh@poltekpos.ac.id

Abstrak

Walaupun model Economic Order Quantity (EOQ) memiliki banyak keterbatasan, model tersebut tetap menjadi topik bahasan di bidang manajemen persediaan. Salah satu kekurangan model tersebut adalah ketika barang persediaan yang ditinjau bersifat slow-moving, terutama jika barang tersebut mudah usang. Di satu sisi, sifat slow-moving tersebut berakibat tertahannya modal dengan waktu yang relatif lama, sehingga perusahaan menanggung opportunity cost atas modal tersebut. Di sisi lain, mengusangnya barang persediaan mengurangi total nilai jual barang. Banyak penelitian sebelumnya yang mempelajari model persediaan dengan memperhitungkan secara eksplisit kedua sumber kerugian tersebut. Hambatan yang ditemukan adalah ketika pembungaan yang dikenakan adalah pembungaan kontinu, yang dalam prosesnya memunculkan persamaan eksponensial yang tidak diselesaikan dengan bentuk tertutup. Penelitian ini menyajikan solusi bentuk tertutup bagi persamaan nonlinier tersebut, yang lebih baik dari hasil yang diberikan penelitian sebelumnya oleh Caliskan.

Kata Kunci: *pembungaan kontinu, pengusangan eksponensial, EOQ*

1. PENDAHULUAN

Salah satu bahan kajian dalam bidang logistik adalah model persediaan (*inventory*). Sejak Ford W. Harris, menggagas manajemen persediaan (Caliskan [2]), model-model persediaan bermunculan. Sebagaimana dinyatakan oleh Erlenkotter [4], pada tahun 1913 Harris untuk pertama kalinya menyajikan model persediaan Economic Order Quantity (EOQ) dan rumus-rumus yang digunakan dalam model tersebut. Walaupun model yang diajukan tersebut sarat dengan asumsi yang dalam praktik jarang dijumpai, model tersebut menginspirasi para ilmuwan sehingga saat ini banyak model persediaan ditemukan. Dari penelusuran terhadap berbagai literatur yang digunakan sebagai referensi dalam penyusunan artikel ini dapat diketahui setidaknya dua hal. Pertama, karya Harris di tahun 1913 tersebut masih dijadikan rujukan dalam pengembangan model persediaan. Ini misalnya dapat dilihat di Caliskan [1], Caliskan [2], Hadley [5], Silver, Pyke, dan Peterson [7]. Kedua, model-model tersebut dikembangkan dengan cara mengubah asumsi-asumsi yang digunakan dalam model Harris. Ragam model ini dapat ditemukan di telusuran penelitian terdahulu berikut ini.

Terkait model persediaan untuk barang mengusang, Caliskan [2] menyatakan bahwa Ghare dan Schrader merupakan dua peneliti pertama yang memperluas model EOQ untuk kasus barang-barang yang mengusang secara eksponensial. Mereka memberikan penyelesaian bentuk tertutup dan rekursif yang menggunakan iterasi. Chung dan Ting [3] kemudian memperluas model tersebut untuk kasus laju permintaan yang berubah secara linier terhadap waktu dan menurunkan solusi optimal secara heuristik. Caliskan [1] kemudian memperbaiki model Ghare dan Schrader dan memberikan penyelesaian bentuk tertutup tanpa menggunakan kalkulus diferensial. Caliskan [1] selanjutnya menyajikan penyelesaian bentuk tertutup yang lebih sederhana bagi model Chung dan Ting.

Berkenaan dengan pembungaan majemuk, Hadley [5] mengajukan untuk pertama kalinya model kuantitas pemesanan dengan meminimalkan nilai tunai dari biaya-biaya persediaan di masa mendatang (Caliskan [2]). Haneveld dan Teunter [6] memberikan solusi bentuk tertutup kuantitas pemesanan optimal dengan meminimalkan *discounted cost* untuk barang-barang *slow-moving*. Selanjutnya, Sun dan Queyranne [8] menggunakan *net present value* (NPV) dalam model persediaan; mereka menggunakan NPV dari total biaya sebagai fungsi objektifnya. Mereka menyimpulkan bahwa waktu pemesanan kembali yang didasarkan pada biaya rata-rata lebih lama daripada yang didasarkan pada NPV. Caliskan [2] kemudian mengembangkan model persediaan untuk barang mengusang dengan memperhitungkan nilai tunai dan memperbolehkan *backordering*.

Penelitian ini memberikan solusi tertutup dalam model persediaan Caliskan dengan pembungaan kontinu. Solusi tertutup yang diberikan lebih baik dari solusi Caliskan karena solusi tersebut lebih mendekati dengan solusi eksaknya, sebagaimana ditunjukkan dengan beberapa contoh perhitungan.

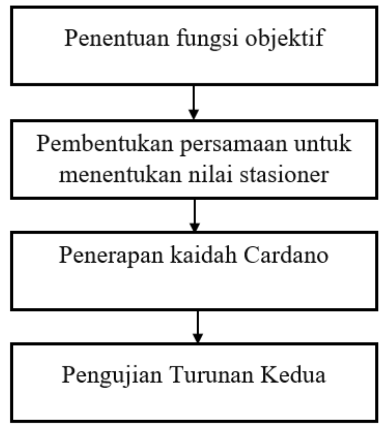
.

2. METODE PENELITIAN

Model persediaan dalam penelitian ini mengasumsikan bahwa 1) barang-barang mengusang secara eksponensial dengan rata-rata waktu hingga tidak terpakai lagi sebesar $\frac{1}{\delta}$, 2) permintaan per satuan waktu konstan, 3) biaya simpan terdiri dari dua komponen, yaitu komponen finansial dan biaya gudang; komponen finansial merupakan *opportunity cost* dari modal yang tertahan dalam barang-barang persediaan dengan parameter suku bunga sebesar r dan pembungaan bersifat majemuk dan kontinu, 4) biaya gudang dihitung berdasarkan proporsi biaya gudang terhadap harga satuan barang, jadi berbanding lurus dengan harga satuan barang. Yang menjadi pertanyaan penelitian ini adalah bagaimana bentuk tertutup bagi solusi optimal lamanya selang pemesanan (siklus pemesanan) dan kuantitas pemesanan yang meminimalkan biaya total tahunan.

Metode yang diterapkan dalam penelitian ini adalah metode yang digunakan dalam penelitian di bidang matematika, yaitu metode deduksi. Dari model-model matematis yang diperoleh dalam penelitian-penelitian sebelumnya, diturunkan rumus-rumus atau persamaan-persamaan baru dengan menerapkan aturan penarikan kesimpulan dengan taat pada teorema-teorema yang relevan.

Langkah-langkah untuk mendapatkan solusi tertutup bagi kuantitas pemesanan optimal sebagaimana telah diuraikan di atas dapat digambarkan dengan *flow chart* sebagai berikut.



Flow Chart Penyelesaian Masalah
Sumber: Olahan Penulis

Langkah 1
Penulis menetapkan fungsi objektif, dalam hal ini adalah biaya total tahunan yang memperhitungkan pembungaan kontinu dan pengusangan. Fungsi ini akan diminimumkan dan dibentuk berdasarkan asumsi model yang telah diuraikan sebelumnya.

Langkah 2
Penulis menentukan turunan pertama fungsi objektif untuk meminimumkan fungsi objektif. Tahap ini menghasilkan persamaan polinomial pangkat tiga yang apabila diselesaikan akan menghasilkan nilai stasioner.

Langkah 3
Penulis menerapkan kaidah Cardano untuk mendapatkan solusi tertutup bagi persamaan yang terbentuk pada langkah sebelumnya. Kaidah ini menghasilkan nilai stasioner yang merupakan kandidat solusi optimal.

Langkah 4
Penulis melakukan uji turunan kedua terhadap solusi tertutup pada langkah sebelumnya untuk memastikan bahwa nilai stasioner yang didapat akan menghasilkan nilai fungsi objektif yang minimum.

Setelah itu Penulis membandingkan hasil perhitungan model dalam penelitian ini dengan model Caliskan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan asumsi model di atas, Caliskan [2] menggunakan fungsi objektif biaya total rata-rata tahunan dengan lima komponen, yang dinyatakan sebagai berikut.

$$TC = \frac{S}{T} + W_C + I_a + H_c + B_c \quad (1)$$

dengan TC adalah biaya total rata-rata tahunan yang menyertakan faktor pengusangan dan pembungaan kontinu, sedangkan kelima suku di ruas kanan (1), secara berturutan adalah total biaya pemesanan per tahun, biaya akibat pengusangan per tahun, *opportunity cost* per tahun, biaya pergudangan per tahun, dan biaya akibat *backordering*. Pada ruas kanan (1), suku-suku selain ST^{-1} bernilai sebagai berikut.

$$W_c = c(Q - B - DT_I) \quad (2)$$

$$I_a = \frac{cD(e^r-1)}{\delta(1-e^{-rT})}\left[\frac{re^{\delta T_I}}{r+\delta} + \frac{\delta e^{-rT_I}}{r+\delta} - 1\right] \quad (3)$$

$$H_c = \frac{ic}{\delta T}(Q - B - DT_I) \quad (4)$$

$$B_c = \frac{bD(T-T_I)^2}{2T} \quad (5)$$

Pada persamaan (1) sampai dengan (5):

Q = banyaknya unit pemesanan dalam tiap siklus pemesanan

B = banyaknya *backorder* dalam tiap siklus pemesanan

D = banyaknya unit yang diminta per tahun

S = biaya pemesanan setiap kali terjadi pemesanan

c = biaya per unit barang

T = *order interval*

T_I = *fulfillment interval*

δ = tingkat pengusangan per unit barang per tahun

r = suku bunga tahunan

i = biaya pergudangan per tahun, dinyatakan sebagai proporsinya terhadap harga satuan barang

Caliskan [2] telah menunjukkan bahwa

$$Q = \frac{D}{\delta}\left(e^{\delta T_I} - 1\right) + D(T - T_I) \quad (6)$$

dan

$$B = D(T - T_I) \quad (7)$$

Substitusi (6) dan (7) ke (2) dan (4), dilanjutkan dengan substitusi W_c dan H_c ke dalam (1) menghasilkan

$$TC = \frac{S}{T} + \frac{c\delta+ic}{\delta T}\left[\frac{D}{\delta}\left(e^{\delta T_I} - 1\right) - DT_I\right] + \frac{cD(e^r-1)}{\delta(1-e^{-rT})}\left[\frac{re^{\delta T_I}}{r+\delta} + \frac{\delta e^{-rT_I}}{r+\delta} - 1\right] + \frac{bD(T-T_I)^2}{2T} \quad (8)$$

Penggunaan polinom kubik Taylor terhadap (3) menghasilkan nilai pendekatan bagi I_a, yaitu:

$$I_a \approx \frac{cD(e^r-1)[3+T_I(\delta-r)]T_I^2}{6T-3rT^2+r^2T^3} \approx \frac{cD(e^r-1)[3+T_I(\delta-r)]T_I^2}{6T} \quad (9)$$

Substitusi (9) ke dalam (8) menghasilkan:

$$TC = \frac{S}{T} + \frac{c(\delta+i)(3+\delta T_I)}{6T}DT_I^2 + \frac{c(e^r-1)(3+T_I(\delta-r))}{6T}DT_I^2 + \frac{bD(T-T_I)^2}{2T} \quad (10)$$

Berdasarkan asumsi model bahwa tidak ada *backorder*, T = T_I. Dengan demikian (10) menjadi:

$$TC = \frac{S}{T} + \frac{c(\delta+i)(3+\delta T)}{6}DT + \frac{c(e^r-1)(3+T(\delta-r))}{6}DT \quad (11)$$

3.1 Optimasi biaya total rata-rata tahunan

Perhitungan nilai minimum TC dalam (11) dilakukan dengan mencari nilai stasioner TC.

$$\frac{d(TC)}{dT} = -\frac{S}{T^2} + \frac{cD(\delta+i)}{6}(3+2\delta T) + \frac{cD(e^r-1)}{6}\left(3 + 2T(\delta-r)\right) \quad (12)$$

Di titik stasioner berlaku $\frac{d(TC)}{dT} = 0$, sehingga terbentuk persamaan:

$$-\frac{S}{T^2} + \frac{cD(\delta+i)}{6}(3+2\delta T) + \frac{cD(e^r-1)}{6}\left(3 + 2T(\delta-r)\right) = 0$$

yang ekivalen dengan

$$T^3 + \frac{3[(\delta+i)+(e^r-1)]}{2[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]}T^2 - \frac{3S}{c[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]D} = 0 \quad (13)$$

Persamaan tersebut memiliki bentuk $T^3 + KT^2 + L = 0$ dengan $K = \frac{3[(\delta+i)+(e^r-1)]}{2[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]}$ dan $L = -\frac{3S}{c[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]D}$. Dengan kaidah Cardano, persamaan tersebut diselesaikan sebagai berikut. Agar terbentuk persamaan kubik yang baru tanpa suku yang memuat faktor bentuk kuadrat, misalkan $x = T + \frac{K}{3}$. (Pembentukan persamaan kubik yang baru tersebut, seperti yang dapat dilihat kemudian, lebih mudah diselesaikan.) Substitusikan $T = x - \frac{K}{3}$ ke dalam persamaan kubik tersebut. Ini menghasilkan

$$\left(x - \frac{K}{3}\right)^3 + P\left(x - \frac{K}{3}\right)^2 + L = 0$$

$$\left(x^3 - Kx^2 + \frac{K^2}{3}x - \frac{K^3}{27}\right) + \left(Kx^2 - \frac{2K^2}{3}x + \frac{K^3}{9}\right) + L = 0$$

$$x^3 - \frac{K^2}{3}x + \left(L + \frac{2K^3}{27}\right) = 0$$

Setiap bilangan nyata dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dua bilangan nyata lainnya. Jadi, dapat dimisalkan $x = \alpha + \beta$. Substitusi ini ke dalam persamaan di atas menghasilkan:

$$(\alpha + \beta)^3 - \frac{K^2}{3}(\alpha + \beta) + \left(L + \frac{2K^3}{27}\right) = 0$$

Perhatikan bahwa $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$ sehingga persamaan di atas dapat difaktorkan menjadi

$$\alpha^3 + \beta^3 + (\alpha + \beta)\left(3\alpha\beta - \frac{K^2}{3}\right) + \left(L + \frac{2K^3}{27}\right) = 0$$

Dengan memisalkan $\beta = \frac{K^2}{9\alpha}$, diperoleh:

$$\alpha^3 + \frac{K^6}{729\alpha^3} + \left(L + \frac{2K^3}{27}\right) = 0$$

Kalikan kedua ruas dengan α^3, diperoleh:

$$(\alpha^3)^2 + \left(L + \frac{2K^3}{27}\right)\alpha^3 + \frac{K^6}{729} = 0$$

Ini merupakan persamaan kuadrat dalam α^3 yang dapat diselesaikan dengan rumus abc, menghasilkan:

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}}$$

Karena $\beta = \frac{K^2}{9\alpha}$, berlaku $\beta = \frac{K^2}{9\sqrt[3]{-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}}}$

sehingga

$$x = \alpha + \beta$$

$$= \sqrt[3]{-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}} + \frac{K^2}{9\sqrt[3]{-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}}}$$

Karena $T = x - \frac{K}{3}$, diperolehlah solusi bagi T, yaitu:

$$T = \left(-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}\right)^{1/3} + \frac{K^2}{9}\left(-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}\right)^{-1/3} - \frac{K}{3} \quad \text{... (14)}$$

Persamaan (14) menyatakan nilai stasioner *TC* dalam (11). Perhitungan turunan kedua *TC* menghasilkan:

$$\frac{d^2(TC)}{dT^2} = \frac{2S}{T^3} + \frac{cD[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]}{3} \quad \text{................. (15)}$$

Pada kondisi stasioner, (13) berlaku. Substitusikan T^3 dalam (13) ke dalam (15), diperoleh:

$$\frac{d^2(TC)}{dT^2} = \frac{cD[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]}{3}\left[1 + \frac{4S}{2S - cD[(\delta+i)+(e^r-1)]T^2}\right] \quad \text{....................................... (16)}$$

Untuk $r \gg \delta$, (16) memberikan $\frac{d^2(TC)}{dT^2} > 0$. Dengan demikian solusi positif akan menghasilkan *TC* yang minimum. Sebagai catatan perlu ditambahkan, bahwa ekspresi di bawah lambang akar kuadrat dalam (14) dapat negatif sehingga apabila dihitung dengan alat bantu yang tidak memadai maka pesan kesalahan dapat muncul. Dengan mencari solusi bilangan kompleks dari (14) dan menerapkan rumus De Moivre, nilai optimal *order interval* tersebut diperoleh. Banyaknya unit pemesanan dalam tiap siklus pemesanan yang optimal, Q*, diperoleh dengan mensubstitusikan T yang diperoleh dari (14) ke dalam (6). (Karena asumsi model tidak memperkenankan *backorder*, $T = T_I$.)

3.2 Perbandingan dengan hasil terdahulu

Model yang diberikan dalam penelitian ini memberikan solusi pendekatan yang lebih baik daripada model Caliskan. Ini adalah karena derajat polinom yang digunakan lebih tinggi dari penelitian Caliskan.

Tabel Perbandingan Hasil Penelitian Ini dengan Model Caliskan

r (1)	δ (2)	Q_E (3)	Q* (4)	Q_C (5)	|ΔQ*| (6)	|ΔQ_C| (7)	|%ΔQ*| (8)	|%ΔQ_C| (9)
0,05	5,00	142,34	142,43	145,77	0,09	3,43	0,06%	2,41%
0,05	3,75	163,83	163,90	167,23	0,07	3,40	0,04%	2,08%
0,05	2,50	199,61	199,67	202,96	0,06	3,35	0,03%	1,68%
0,05	1,25	278,81	278,86	282,07	0,05	3,26	0,02%	1,17%
0,05	0,01	1276,67	1276,80	1278,35	0,13	1,68	0,01%	0,13%
0,10	5,00	141,58	141,66	144,97	0,08	3,39	0,06%	2,39%
0,10	3,75	162,67	162,74	166,02	0,07	3,35	0,04%	2,06%
0,10	2,50	197,51	197,58	200,80	0,07	3,29	0,03%	1,67%
0,10	1,25	273,17	273,24	276,31	0,07	3,14	0,02%	1,15%
0,10	0,01	930,64	930,75	932,25	0,11	1,61	0,01%	0,17%
0,15	5,00	140,79	140,88	144,14	0,09	3,35	0,06%	2,38%
0,15	3,75	161,47	161,55	164,78	0,08	3,31	0,05%	2,05%
0,15	2,50	195,38	195,45	198,60	0,07	3,22	0,04%	1,65%
0,15	1,25	267,59	267,69	270,62	0,10	3,03	0,04%	1,13%
0,15	0,01	761,59	761.71	763,15	0,12	1,56	0,02%	0,20%
0,20	5,00	139,97	140,06	143,29	0,09	3,32	0,07%	2,37%
0,20	3,75	160,24	160,32	163,50	0,08	3,26	0,05%	2,03%
0,20	2,50	193,21	193,29	196,36	0,08	3,15	0,04%	1,63%
0,20	1,25	262,07	262,21	264,99	0,14	2,92	0,05%	1,11%
0,20	0,01	656,08	656,24	657,59	0,16	1,51	0,02%	0,23%
0,25	5,00	139,13	139,22	142,41	0,09	3,28	0,07%	2,36%
0,25	3,75	158,98	159,07	162,19	0,09	3,21	0,05%	2,02%
0.25	2,50	191,00	191,10	194,09	0,10	3,09	0.05%	1,62%
0.25	1,25	256,62	256,80	259,44	0,18	2,82	0.07%	1,10%
0.25	0,01	581,88	582,03	583,36	0,15	1,48	0.03%	0,25%

Sumber: Olahan penulis; kolom (1), (2), (3), (5) didapat dari Caliskan [2]

Nilai-nilai δ dan r pada tabel di atas dipilih sedemikian hingga dapat diperbandingkan dengan hasil yang diberikan Caliskan. Untuk tujuan perbandingan tersebut juga, nilai S, c, dan D sama dengan yang digunakan Caliskan, yaitu $S = 50$, $c = 10$, $D = 10000$, dan $i = 0$. Nilai Q_E adalah solusi eksak kuantitas pemesanan dalam tiap siklus pemesanan yang akan meminimumkan biaya total rata-rata tahunan, sementara Q* dan Q_C, secara berturutan adalah solusi pendekatan kuantitas pemesanan tiap siklus dengan polinom kubik Taylor dan pendekatan Caliskan. Bilangan-bilangan pada empat kolom terkanan merupakan ukuran ketepatan aproksimasi masing-masing solusi, yang secara spesifik dijelaskan sebagai berikut.

$$|\Delta Q^*| = |Q^* - Q_E|$$

$$|\Delta Q_C| = |Q_C - Q_E|$$

$$|\%\Delta Q^*| = \frac{|\Delta Q^*|}{Q_E} \cdot 100\%$$

$$|\%\Delta Q_C| = \frac{|\Delta Q_C|}{Q_E} \cdot 100\%$$

Sebagaimana diperlihatkan pada kolom (8) dan (9) tabel di atas, galat yang dihasilkan solusi pada penelitian ini berkisar antara 0,01% hingga 0,07% sedangkan solusi Caliskan menghasilkan galat antara 0,13% hingga 2,41%.

4. KESIMPULAN

Bentuk tertutup solusi optimal siklus pemesanan dalam model ini adalah $Q^* = \frac{D}{\delta}\left(e^{\delta T^*} - 1\right)$, dengan $T^* = \left(-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}\right)^{1/3} + \frac{K^2}{9}\left(-\frac{K^3}{27} - \frac{L}{2} \pm \frac{1}{18}\sqrt{12K^3L + 81L^2}\right)^{-1/3} - \frac{K}{3}$, sementara nilai K dan L adalah sebagai berikut.

$$K = \frac{3[(\delta+i)+(e^r-1)]}{2[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]}$$

$$L = -\frac{3S}{cD[\delta(\delta+i)+(e^r-1)(\delta-r)]}.$$

Dengan dibuatnya solusi bentuk tertutup ini para praktisi di bidang persediaan, tanpa perlu menyelesaikan sistem persamaan nonlinier yang sebelumnya menjadi kesulitan tersendiri, dapat menentukan solusi optimal dalam model ini. Selain itu, solusi bentuk tertutup yang dihasilkan penelitian ini memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan penelitian sebelumnya. Keterbatasan penelitian ini adalah tidak diperkenankannya *backorder*, sehingga ini menjadi rekomendasi penelitian selanjutnya.

5. REFERENSI

[1] Caliskan, C. The Economic Order Quantity Model with Compounding. *Omega*. 2020; Vol. 15:52. https://doi.org/10.1016/j.omega.2020.102307

[2] Caliskan, C. An Inventory Ordering Model for Deteriorating Items with Compounding and Backordering. *Symmetry*. 2021; Vol. 13: 1078. https://doi.org/10.3390/sym13061078

[3] Chung, K. and Ting, P. On Replenishment Schedule for Deteriorating Items with Time-Proportional Demand. *Production Planning&Control*. 1994; Vol. 5 (4): 392-396. https://doi.org/10.1080/09537289408919510

[4] Erlenkotter, D. Ford Whitman Harris and The Economic Order Quantity Model. *Operations Research*. 1990; Vol. 38 (6): 937-946. https://doi.org/10.1287/opre.38.6.937

[5] Hadley, G. A Comparison of Order Quantities Computed Using the Average Annual Cost and The Discounted Cost. *Management Science*. 1964; Vol. 10 (3): 472-476. https://doi.org/10.1287/mnsc.10.3.472

[6] Haneveld, W. K. K. and Teunter, R. H. Effects of Discounting and Demand Rate Variability on The EOQ. *Int. J. Production Economics*. 1998; Vol. 54: 173-192. https://doi.org/10.1016/S0925-5273(97)00142-4

[7] Silver, E.A., Pyke, D.F., and Peterson, R. Inventory Management and Production Planning and Scheduling. 3rd ed. New York. John Wiley&Sons, Inc. 1998

[8] Sun, D., and Queyranne, M. Production and Inventory Model Using Net Present Value. *Operations Research*.2002; Vol. 50 (3): 528-537. https://doi.org/10.1287/opre.50.3.528.7744