Salah Kaprah Pengujian Normalitas Dalam Analisis Persediaan Menggunakan Metode Probabilistik Sederhana

Eduard Sondakh
Program Studi D3 Administrasi Logistik, Politeknik Pos Indonesia
email: eduardsondakh@poltekpos.ac.id

Abstrak

Asumsi permintaan berdistribusi normal merupakan salah satu yang harus dipenuhi dalam menerapkan model persediaan yang menggunakan model probabilistik sederhana. Berawal dari ditemukannya beberapa penelitian terkait model ini yang menerapkan uji normalitas secara salah, dilakukan penelusuran apa yang mengakibatkan ini. Seperti dapat dilihat dalam laporan ini, statistik uji yang tampak sangat sederhana, yaitu $D = \sup|F_n(x) - F(x)|$ *apabila digunakan tanpa pemahaman yang memadai pada akhirnya memberikan hasil yang salah. Perangkat lunak pun ternyata tidak bisa diandalkan karena bisa memberikan hasil yang berbeda. Makalah ini mengisi "kekosongan" yang ada sehingga langkah yang seringkali terlewatkan dalam menghitung statistik D ditampilkan secara eksplisit. Historis konstruksi uji ini pun dijabarkan dalam artikel ini sehingga pengguna perangkat lunak dapat memahami perbedaan-perbedaan laporan yang dihasilkannya.*

Kata Kunci: *Kolmogorov-Smirnov*, *uji normalitas*, *statistik D*

1. PENDAHULUAN

Salah satu kajian terkait dengan logistik adalah pengendalian persediaan (*inventory*). Salah satu di antara banyak model persediaan adalah apa yang dinamakan model probabilistik sederhana. Model tersebut mengasumsikan bahwa permintaan/*demand* berdistribusi normal, di samping asumsi-asumsi lainnya yang tidak terkait artikel ini. Sebagai akibatnya, penelitian-penelitian yang menerapkan model tersebut diharuskan untuk menguji terlebih dahulu apakah permintaan dalam kasus yang dihadapinya berdistribusi normal atau tidak. Namun sangat disayangkan, sebagian peneliti telah 'mewarisi' *salah kaprah* dalam teknis pelaksanaan uji normalitas dari penelitian-penelitian sebelumnya. Karena kesalahan ini, bisa jadi peneliti menggunakan model probabilistik sederhana padahal salah satu asumsinya tidak dipenuhi. Akibatnya, hasil penelitian tersebut tidak valid. Tulisan ini akan meluruskan bagaimana pengujian normalitas seharusnya dilakukan.

Pengujian normalitas memiliki peran yang sangat penting dalam penelitian-penelitian yang mensyaratkan dipenuhinya asumsi normalitas populasi asal sampel. Ini memicu dilakukannya berbagai studi mengenai uji normalitas, seperti yang dilakukan oleh Mbah [6]. Dalam artikelnya diperbandingkan uji Shapiro-Francia (SF) dengan delapan uji normalitas lainnya, yaitu KS, AD, CM, LF, SW, PC, JB, dan DA. Disimpulkan dalam *paper* tersebut bahwa SF unggul dibandingkan dengan yang lainnya untuk mendeteksi penyimpangan terhadap normalitas pada berbagai ukuran sampel. Penelitian serupa dilakukan oleh Ahmad dan Sherwani [1] yang membandingkan 12 uji normalitas, yaitu uji-uji yang dibahas oleh Mbah [6], ditambah empat uji lainnya yaitu uji Kuiper, Watson, Chi-square, dan Geary. Dalam penelitian tersebut ditunjukkan bahwa uji mana yang lebih unggul tergantung dari distribusi alternatif yang diajukan. Penelitian lain terkait uji normalitas dilakukan oleh Boedec [3] yang menyimpulkan bahwa dengan ukuran sampel yang kecil, uji-uji normalitas mengakibatkan penggunaan yang salah metode-metode nonparametrik untuk menghasilkan *reference interval*.

Penerapan secara salah pun terjadi dalam menggunakan statistik Kolmogorov untuk menguji apakah sampel diambil dari populasi yang berdistribusi normal. Kesalahan penerapan ini misalnya dapat dilihat pada penelitian oleh Hendratama [9], Noer [10], dan Rohmah [11]. Setelah

Penulis menelusuri teknis operasional pengujian normalitas yang dilakukan dalam keempat penelitian tersebut, tampak bahwa statistik Kolmogorov tidak dihitung dengan benar. Referensi terkait bagaimana statistik Kolmogorov harus dihitung pun sepertinya minim sehingga sebagian peneliti hanya mendapat "warisan" *salah kaprah* penerapan uji Kolmogorov-Smirnov dalam rangka memeriksa normalitas. Statistik Kolmogorov memang terdapat dalam berbagai referensi. Walaupun rumus statistik tersebut telah ditulis secara benar, jika rumus tersebut diterapkan oleh peneliti yang tidak mempelajari "sejarah" konstruksi statistik tersebut maka akan terjadi kesalahan dalam proses penghitungan dan hasilnya. Dalam artikel ini Penulis akan menjabarkan penerapan yang benar dalam pengujian normalitas menggunakan statistik Kolmogorov. Lebih khususnya lagi, Penulis akan memaparkan satu langkah yang selama ini terabaikan dalam perhitungan statistik Kolmogorov sebagai akibat kurangnya pendalaman terhadap statistik tersebut.

2. METODE PENELITIAN

Masalah yang diajukan adalah bagaimana menguji "H_0: Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal". Untuk menjawab masalah yang dikemukakan tadi, metode yang akan diterapkan adalah metode yang sebagaimana lazimnya yang dilakukan dalam penelitian di bidang matematika, yaitu metode deduksi: berangkat dari definisi, aksioma-aksioma, dan teorema-teorema yang ada, menuju suatu kesimpulan khusus.

Melatarbelakangi tulisan ini adalah ditemukannya praktik pengujian normalitas yang salah sebagaimana tadi telah diuraikan. Kemudian dilakukan studi literatur untuk mengetahui definisi dan teorema-teorema yang ada terkait pokok masalah. Dari temuan-temuan tersebut, kemudian dibentuklah rumus yang membuat lebih eksplisit rumus yang telah ada. Di bagian akhir, akan dilakukan suatu perbandingan antara cara yang biasa dilakukan dan cara yang benar.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Misalkan X_1, X_2, X_3, …, X_n adalah n buah hasil pengamatan yang bebas stokastik dengan $X_1 \leq X_2 \leq X_3 \leq \ldots \leq X_n$ dan $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\theta)\, d\theta$ adalah fungsi distribusi kumulatif yang bersesuaian dengan X_1, X_2, X_3, …, X_n. Kolmogorov [4] mendefinisikan aturan distribusi empiris sebagai fungsi F_n dengan aturan pemasangan sebagai berikut:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & ; x < X_1 \\ k/n & ; X_k \leq x < X_{k+1}\,, k \in \mathbb{N}_{n-1} \\ 1 & ; x \geq X_n \end{cases}$$

dengan $\mathbb{N}_m \stackrel{\text{def}}{=} \{j \in \mathbb{N} | \, j \leq m\}$.

Dalam [4] juga dibuktikan teorema berikut.

Teorema 1

Untuk setiap fungsi distribusi kontinu F, $\Psi_n(\lambda) \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{P}\left(\sup|F_n(x) - F(x)| < \frac{\lambda}{\sqrt{n}}\right)$ memenuhi:

$$\lim_{n\to\infty} \Psi_n(\lambda) = \Psi(\lambda) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{t\in\mathbb{Z}} (-1)^t e^{-2t^2\lambda^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Selanjutnya, kekonvergenan (1) bersifat seragam dalam λ. (1) berlaku untuk setiap λ>0.

Dengan mendefinisikan $D = \sup|F_n(x) - F(x)|$, telah ditunjukkan dalam [4] bahwa untuk setiap ε > 0 berlaku:

$$\lim_{n\to\infty} \mathrm{P}(D < \varepsilon) = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Catatan: notasi P( ) menyatakan besarnya peluang terjadinya hal yang dinyatakan dalam pasangan tanda kurung ( ).

Perhatikan bahwa (2) tidak lain menyatakan bahwa semakin besar nilai n, terjadinya D < ε semakin pasti, seberapa kecilnya pun nilai positif ε. Dengan memperhatikan pendefinisian D dan temuan (2), dapat disimpulkan bahwa dengan memperbanyak pengamatan/hasil *sampling* akan semakin pasti bahwa hasil *sampling* merupakan "tiruan" dari fungsi distribusi kumulatif F, dan "tiruan" tersebut dapat dibuat "semirip mungkin" (seberapa miripnya F_n dengan F diukur dengan besarnya ε > 0; semakin kecil ε membawakan F_n yang semakin mirip) namun tidak sama dengan F sesungguhnya, yang tidak pernah diketahui secara tepat. Justru F inilah yang akan "dibandingkan" dengan distribusi normal sebagaimana dirumuskan dalam hipotesis nol.

Dengan melihat pendefinisian F_n oleh Kolmogorov beserta keterkaitannya dengan fungsi distribusi kumulatif F disimpulkan bahwa Teorema 1 berlaku umum untuk sembarang distribusi peluang kontinu. Dalam tulisan ini, distribusi peluang kontinu yang dimaksud adalah distribusi normal (dengan rata-rata dan simpangan baku tertentu). Jadi, dengan notasi matematis, yang diuji adalah

H_0: $F(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ untuk suatu $\mu_0, \sigma_0 \in \mathbb{R}$

dengan $\Phi(x|\mu_0,\sigma_0) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta-\mu_0}{\sigma_0}\right)^2} d\theta$.

Sebagaimana uji hipotesis statistik pada umumnya, terdapat tiga alternatif bagi hipotesis tandingan H_1, yaitu:

H_1: $F(x) > \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$, atau

H_1: $F(x) < \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$, atau

H_1: $F(x) \neq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$

Dalam konteks uji normalitas yang dipersyaratkan dalam model persediaan probabilistik sederhana, hipotesis tandingan yang cocok adalah uji dua sisi, yaitu dengan H_1: $F(x) \neq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$. Pengujian ini dilakukan menggunakan statistik uji Kolmogorov D sebagaimana dinyatakan dalam (2). Kolmogorov [4] tidak menjabarkan lebih lanjut statistik ini. Penjabaran D dilakukan oleh peneliti-peneliti lain yang akan diuraikan di bawah ini. Untuk uji satu sisi dengan H_1: $F(x) > \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$, statistik uji yang digunakan adalah $D^+ \stackrel{\text{def}}{=} \sup_x\{F_n(x) - F(x)\}$ dan untuk uji satu sisi H_1: $F(x) < \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ statistik uji yang digunakan adalah $D^- \stackrel{\text{def}}{=} \sup_x\{F(x) - F_n(x)\}$, sebagaimana dinyatakan dalam Stephens [7]. F di sini pun menyatakan sembarang fungsi distribusi kumulatif kontinu. Tentang uji dua sisi dengan H_1: $F(x) \neq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ ditulis oleh Yap [8]. Statistik yang digunakan adalah $KS = \max(\mathrm{KS}^+, \mathrm{KS}^-)$ dengan $\mathrm{KS}^+ = \sup_x\{F_n(x) - F^*(x)\}$ dan $\mathrm{KS}^- = \sup_x\{F^*(x) - F_n(x)\}$. Di sini F^* menyatakan sembarang fungsi distribusi kumulatif kontinu yang dihipotesiskan. Jadi, untuk kasus pengujian normalitas, yang sedang dibahas kali ini, $F^*(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$. Dengan menggunakan notasi yang digunakan Stephens [7], statistik KS yang digunakan Yap [8] dapat dinyatakan sebagai $D \stackrel{\text{def}}{=} \max(D^+, D^-)$, dengan $\mathrm{D}^+ \stackrel{\text{def}}{=} \sup_x\{F_n(x) - \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)\}$ dan $\mathrm{D}^- \stackrel{\text{def}}{=} \sup_x\{\Phi(x|\mu_0,\sigma_0) - F_n(x)\}$.

Berikut ini akan diuraikan "prinsip kerja" uji Kolmogorov-Smirnov. Dengan melihat rumus D yang terdapat dalam (2), yang kemudian telah dijabarkan sebagai $D = \max(D^+,D^-)$ di atas, statistik ini "mengukur" besarnya simpangan terjauh F_n terhadap Φ. Sebagaimana diuraikan oleh Massey [5], "*uji Kolmogorov-Smirnov menolak hipotesis nol apabila simpangan tersebut terlalu besar*". Besar atau kecilnya simpangan ini tergantung dari taraf nyata yang dikenakan, mengingat D merupakan suatu statistik, yang dalam hal ini merupakan fungsi dari F_n sebagai variabel acaknya. Distribusi dari D itu sendiri dapat diperoleh di Birnbaum [2], yaitu:

$$L(z) = 1 - 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}e^{-2j^2z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Dapat ditunjukkan bahwa ruas kanan (3) bernilai sama dengan $\sum_{t\in\mathbb{Z}}(-1)^t e^{-2t^2z^2}$, sehingga, dengan Teorema 1 diperoleh:

$$\lim_{n\to\infty} \mathrm{P}(D\sqrt{n} < z) = L(z) = 1 - 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}e^{-2j^2z^2}$$

yang ekivalen dengan

$$\lim_{n\to\infty} \mathrm{P}\left(D < \frac{z}{\sqrt{n}}\right) = L(z) = 1 - 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}e^{-2j^2z^2} \quad \ldots (4)$$

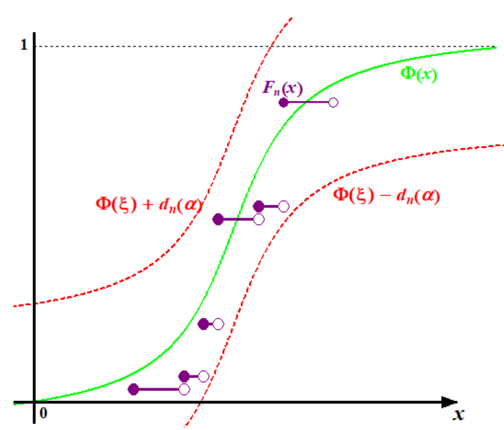
Dengan mendefinisikan $d_n(\alpha) = \frac{z}{\sqrt{n}}$, persamaan (4) dapat dikatakan bahwa $d_n(\alpha)$ merupakan nilai kritis D dalam uji dua sisi H_0: $F(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ melawan H_1: $F(x) \neq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ dengan taraf nyata α, dengan:

$$\alpha = 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}\cdot e^{-2j^2z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Dengan demikian (4) dapat ditulis kembali sebagai $\lim_{n\to\infty} \mathrm{P}(D < d_n(\alpha)) = 1 - \alpha$. Jadi, penolakan H_0 tidak terjadi apabila D tidak melebihi nilai kritisnya; dengan kata lain, penyimpangan F_n dari Φ tidak melebihi $d_n(\alpha)$. Secara matematis, agar tidak terjadi penolakan H_0, F_n harus memenuhi kondisi berikut, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$:

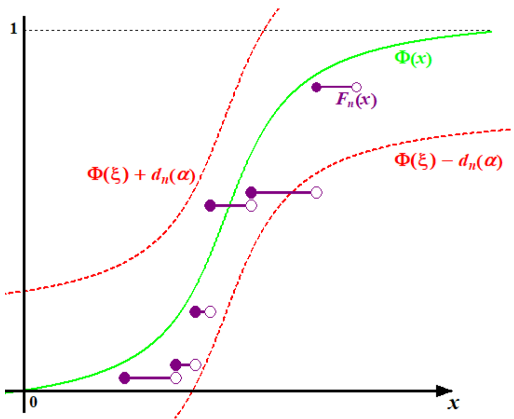
$$\Phi(x|\mu_0,\sigma_0) - d_n(\alpha) \leq F_n(x) \leq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0) + d_n(\alpha) \quad \ldots\ldots (6)$$

Dari pendefinisian fungsi tangga F_n, (6) tidak lain menyatakan bahwa seluruh "anak tangga" F_n harus seluruhnya bagian dari daerah yang dibatasi oleh kurva $\Phi(x|\mu_0,\sigma_0) - d_n(\alpha)$ dan $\Phi(x|\mu_0,\sigma_0) + d_n(\alpha)$. Gambar 1 mengilustrasikan situasi di mana (6) berlaku. Pada gambar tersebut, kurva hijau mewakili fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal yang dihipotesiskan. Fungsi tangga F_n digambarkan dengan warna ungu. Batas bawah dan batas atas interval (6) digambarkan dengan kurva merah. Jika seluruh "anak tangga" F_n terletak dalam batas-batas kurva merah maka penolakan hipotesis tidak terjadi; hasil *sampling* tidak mendukung penolakan H_0.



Gambar 1

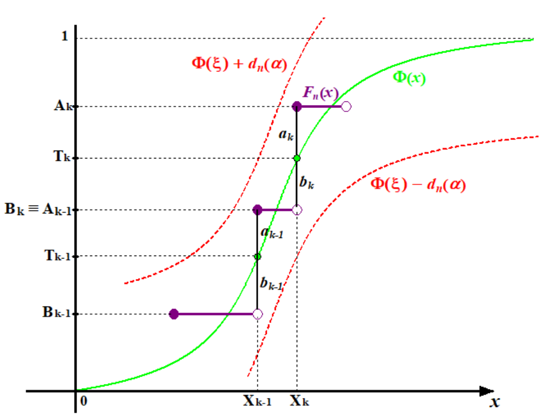
Gambar 2 mengilustrasikan kebalikannya, yaitu di mana penyimpangan F_n terhadap Φ terlalu besar sehingga H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa populasi asal sampel tersebut tidak berdistribusi normal dengan rata-rata μ_0 dan simpangan baku σ_0.



Gambar 2

Pada gambar tersebut, anak tangga kedua dari yang teratas melewati batas kurva merah. Jika ini terjadi, hipotesis nol ditolak.

Dari pendefinisian F_n, dapat diketahui bahwa lompatan (*jump*) terjadi di $x = X_k$ dengan $k \in \mathbb{N}_n$, yaitu di titik-titik sampelnya. Dari pendefinisian D, tampak bahwa fungsi *sup*-nya menggunakan seluruh bilangan nyata x sebagai variabel bebas. Dari kedua pendefinisian ini dapat disimpulkan bahwa untuk mendapatkan nilai D, kita cukup mengevaluasi F_n dan Φ di titik-titik sampel X_k untuk setiap $k \in \mathbb{N}_n$. Untuk tiba pada bagaimana teknis menghitung D, perhatikan Gambar 3 berikut.



Gambar 3

Pada Gambar 3, untuk setiap $k \in \mathbb{N}_n$ $\boldsymbol{a_k}$ adalah selisih tinggi antara titik A_k dan T_k sedangkan $\boldsymbol{b_k}$ adalah selisih tinggi antara T_k dan B_k. Dari pendefinisian F_n, $\boldsymbol{a_k} = Fn(X_k) - \Phi(X_k|\ \mu_0,\ \sigma_0)$ dan $\boldsymbol{b_k} = \Phi(X_k|\ \mu_0,\ \sigma_0) - Fn(X_{k-1})$. Dari pendefinisian D^+ dan D^- di atas, disimpulkan bahwa $D^+ = \sup\{a_k | k \in \mathbb{N}_n\}$ dan $D^- = \sup\{b_k | k \in \mathbb{N}_n\}$. Setelah D^+ dan D^- dihitung, nilai D dengan mudah diperoleh dengan cara menentukan mana yang lebih besar di antara kedua nilai tersebut. Jika $D > d_n(\alpha)$ maka hipotesis nol ditolak.

Pengujian normalitas sebagaimana diuraikan dalam artikel ini akan diterapkan pada hasil *sampling* yang dilakukan oleh Hendratama [9]. Untuk menerapkan model persediaan dengan metode probabilistik sederhana, Hendratama menarik 12 sampel data untuk keperluan pengujian normalitas, yaitu sebagai berikut: 21760, 36760, 42080, 48600, 63256, 71656, 89784, 91716, 98560, 105560, 107522, 126808. Kedua parameter distribusi populasi ditaksir dari sampel, sehingga dalam pengujian normalitasnya digunakan H_0: Populasi berdistribusi normal dengan $\mu = 75338{,}5$ dan $\sigma = 32965{,}46$. Penentuan D dapat dilakukan menggunakan tabel dengan format berikut.

Tabel 1
Penghitungan Nilai D^-, D^+, dan D

k	X_k	z	$Fn(X_{k-1})$	$\Phi(X_k)$	$Fn(X_k)$	$\Phi(X_k) - Fn(X_{k-1})$	$Fn(X_k) - \Phi(X_k)$
1	21760	-1.63	0.0000	0.0521	0.0833	0.0521	0.0313
2	36760	-1.17	0.0833	0.1209	0.1667	0.0376	0.0457
3	42080	-1.01	0.1667	0.1565	0.2500	-0.0102	0.0935
4	48600	-0.81	0.2500	0.2087	0.3333	-0.0413	0.1247
5	63256	-0.37	0.3333	0.3570	0.4167	0.0237	0.0597
6	71656	-0.11	0.4167	0.4555	0.5000	0.0389	0.0445
7	89784	0.44	0.5000	0.6694	0.5833	0.1694	-0.0860
8	91716	0.50	0.5833	0.6903	0.6667	0.1070	-0.0237
9	98560	0.70	0.6667	0.7594	0.7500	0.0927	-0.0094
10	105560	0.92	0.7500	0.8204	0.8333	0.0704	0.0130
11	107522	0.98	0.8333	0.8355	0.9167	0.0022	0.0811
12	126808	1.56	0.9167	0.9408	1.0000	0.0241	0.0592
						$\boldsymbol{D^- = 0.1694}$	$\boldsymbol{D^+ = 0.1247}$

$D = \max(D^-,D^+) = \max(0{,}1694;0{,}1247) = 0{,}1694$

Apabila pengujian normalitas dilakukan dengan cara tanpa memperhatikan D^+ dan D^- hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut (Tabel 2).

Tabel 2
Penghitungan Nilai *D* Tanpa D-, D+

k	X_k	z	$\Phi(X_k)$	$Fn(X_k)$	$\lvert Fn(X_k) - \Phi(X_k) \rvert$
1	21760	-1.63	0.0521	0.0833	0.0313
2	36760	-1.17	0.1209	0.1667	0.0457
3	42080	-1.01	0.1565	0.2500	0.0935
4	48600	-0.81	0.2087	0.3333	0.1247
5	63256	-0.37	0.3570	0.4167	0.0597
6	71656	-0.11	0.4555	0.5000	0.0445
7	89784	0.44	0.6694	0.5833	0.0860
8	91716	0.50	0.6903	0.6667	0.0237
9	98560	0.70	0.7594	0.7500	0.0094
10	105560	0.92	0.8204	0.8333	0.0130
11	107522	0.98	0.8355	0.9167	0.0811
12	126808	1.56	0.9408	1.0000	0.0592
					D = 0.1247

Seperti dapat dilihat pada Tabel 2, penghitungan *D* tanpa memperhatikan D^+ dan D^- memberikan hasil yang berbeda. *Output* SPSS disajikan pada Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3
Hasil Uji Normalitas Menggunakan SPSS

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		demand
N		12
Normal Parameters[a,b]	Mean	75338.50
	Std. Deviation	32965.462
Most Extreme Differences	Absolute	.169
	Positive	.125
	Negative	-.169
Kolmogorov-Smirnov Z		.587
Asymp. Sig. (2-tailed)		.881

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Dari Tabel 3, diperoleh nilai $D = 0{,}169$. Hasil ini sama dengan hasil perhitungan *D* dengan memperhatikan D^+ dan D^-. SPSS pun menampilkan D^- sebesar -0,169, yang harga mutlaknya sama dengan yang dihasilkan perhitungan D^- pada Tabel 1 apabila dibulatkan hingga 3 tempat desimal. Mengapa terjadi perbedaan tanda aljabar bagi D^- dapat dijelaskan sebagai berikut. Dalam menentukan D^-, SPSS mencari nilai negatif yang terkecil di antara $D_i = \hat{F}(x_{(i-1)}) - F_0(x_{(i)})$ sebagaimana dapat dilihat di menu *Help* perangkat lunak tersebut atau di http://laptop-nggpmesp:50189/help/index.jsp?topic=/com.ibm.spss.statistics.help/overvw_auto_0.htm. Tetapi, karena uji Kolmogorov-Smirnov dalam SPSS merupakan uji dua sisi, pada akhirnya akan dihasilkan nilai *D* yang sama karena dalam penentuan *D* tersebut, SPSS mencari mana yang terbesar di antara harga mutlak masing-masing statistik D^+ dan D^-.

Sebagai pembanding lain, data yang sama digunakan untuk menguji normalitas Kolmogorov-Smirnov dengan bahasa pemrograman R, diperoleh hasil sebagai berikut untuk uji satu sisi pasangan H_0: $F(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ dan H_1: $F(x) < \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ dan uji dua sisi pasangan H_0: $F(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ dan H_1: $F(x) \neq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$.

```
        One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  hm_demand
D^- = 0.16938, p-value = 0.4521
alternative hypothesis: the CDF of x lies below the null hypothesis

        One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  hm_demand
D = 0.16938, p-value = 0.8263
alternative hypothesis: two-sided
```

Bagian pertama *output* R di atas berkenaan dengan uji satu sisi H_0: $F(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ dan H_1: $F(x) < \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$. Sebagaimana dapat dilihat pada laporan di atas, $D^- = 0{,}16938$ (positif). Ini sesuai dengan penghitungan D^- di Tabel 1. Bagian kedua berkenaan dengan uji dua sisi H_0: $F(x) = \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$ dan H_1: $F(x) \neq \Phi(x|\mu_0,\sigma_0)$. Nilai *D* yang dihasilkan sama dengan yang dihasilkan SPSS maupun perhitungan menggunakan Tabel 1, apabila semua hasil tersebut dibulatkan hingga 3 tempat desimal.

4. KESIMPULAN

Pembahasan di atas telah menjawab dengan rinci bagaimana cara melaksanakan pengujian normalitas menggunakan statistik Kolmogorov. Apakah perangkat lunak dapat dijadikan andalan untuk menguji normalitas? Sebagaimana telah ditunjukkan juga dalam penelitian ini, ternyata perangkat lunak yang berbeda dapat memberikan laporan yang berbeda untuk statistik yang sama. Salah satu yang mungkin mengakibatkan ini pengaturan *default* masing-masing perangkat lunak atau penggunaan istilah yang berbeda di antara perangkat lunak tersebut. Dengan memahami "sejarah" konstruksi statistik uji sebagaimana telah diuraikan di atas, kita dapat menafsirkan hasil-hasil yang tampak berbeda tersebut dengan kesimpulan yang sama.

5. REFERENSI

Jurnal:

[1] Ahmad, F., Sherwani, R. A. K. Power Comparison of Various Normality Tests. *Pak.j.stat.oper.res*. 2015; Vol. XI No. 3: 331-345.

[2] Birnbaum, Z. W. Numerical Tabulation of The Distribution of Kolmogorov Statistic for Finite Sample Size. *Journal of the American Statistical Association.* 1952; 47:259: pp425-441. http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1952.10501182

[3] Boedec, K. L. Sensitivity and Specificity of Normality Tests and Consequences on Reference Interval Accuracy at Small Sample Size: A Computer-Simulation Study. *Vet Clin Pathol*.2016; Vol. I No. 9: 1-9. DOI:10.1111/vcp.12390

[4] Kolmogorov, Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Giorn. Ist. Ital. Attuar*. 1933; Vol. IV No. 1: 83-91.

[5] Massey, F. J. The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*. 1951; Vol. 46(253): 68-78. https://doi.org/10.1080/01621459.1951.10500769

[6] Mbah, A.K., Paothong, A. Shapiro-Francia Test Compared to Other Normality Test Using Expected p-Value. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. 2014; Vol. 85 No. 15): 3002-3016. 10.1080/00949655.2014.947986

[7] Stephens, M. A. An Appreciation of Kolmogorov's 1933 Paper. Department of Statistics – Stanford University. 1992.

[8] Yap, B. W., Sim, C. H. Comparisons of Various Types of Normality Tests. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. 2011; Vol. 81 No. 12): 2141-2155. https://doi.org/10.1080/00949655.2010.520163

Laporan Tugas Akhir: (Sebagai Data Pendukung)

[9] Hendratama, Y. Analisis Pengendalian Persediaan Material Bahan Pendukung Amonium Nitrat di PT PINDAD (PERSERO) dengan Menggunakan Metode Probabilistik Sederhana. Bandung – Politeknik Pos Indonesia; 2018.

[10] Noer, A. K. Analisis Pengendalian Persediaan Barang Komponen Pipa Besi Yamato di PT Chitose Internasional, Tbk. Menggunakan Probabilistik Sederhana. Bandung – Politeknik Pos Indonesia; 2018.

[11] Rohmah, A. S. Analisis Pengendalian Persediaan Bahan Baku Penunjang pada PT Bio Farma (Persero) dengan Metode Probabilistik Sederhana. Bandung – Politeknik Pos Indonesia; 2018.